



КОВЫЛЯНСКИЙ Е. Д.

ПРИМЕНЕНИЕ ТИПОЛОГИЧЕСКОГО МЕТОДА ПРИ УСТАНОВЛЕНИИ МОРФОЛОГИЧЕСКИХ РАЗЛИЧИЙ ГРУПП ЧАСТЬ I.

РЕЗЮМЕ. — В статье рассмотрены задачи конституциональной типологии человека; показана возможность использования статистических моделей при изучении вероятностных распределений типологических групп, а также обсуждается применимость дискриминантного анализа в конституциональной типологии. Для дифференциации типологических групп автор предлагает использовать линейную дискриминантную функцию, алгоритм которой приводится в работе для 8 признаков.

ABSTRACT. — Estimation of morphological differences within populations: A typological method. Part I. by E. Kobyliansky.

Here is considered the utility of statistical models, namely of discriminant analysis, in the study of constitutional typology. For the differentiation of somatotypes, the applicability of a linear discriminant function is proposed. An algorithm of such a function for 8 traits is presented.

В данной работе рассматриваются задачи конституциональной типологии и дается подход к биометрическому диагнозу типа телосложения. В статье отражены следующие аспекты исследования.

1. Изучение морфологических характеристик в отдельных типах телосложения с целью выбора серии признаков, обобщающий статистический анализ которых дал бы возможность более точного дифференцирования типологических групп.

2. Попытка использования дискриминантного анализа в целях выработки статистических критериев разделения типологических групп.

3. Исследование процентного распределения типов телосложения в отдельных профессиональных, социальных и этнических группах.

1. ЗАДАЧИ КОНСТИТУЦИОНАЛЬНОЙ ТИПОЛОГИИ

Проблема типологии, возникающая при изучении у человека сложного комплекса мор-

фологических признаков, обусловленного наследственными и средовыми факторами, ставит перед исследователем чрезвычайно трудную и многоплановую задачу.

Рассмотрение конституциональных схем, предложенных различными учеными от древних времен и до наших дней, показывает, что для всех схем характерно выделение 2—3-х типичных вариантов с добавлением промежуточных групп. Подробные сводки литературы по данному вопросу приведены Г. Лейсенком (Gysenk, 1953) и П. Н. Башкировым (1962). Однако в большей части подобных исследований XX в. не использовался ни факторный, ни корреляционный анализ.

Одной из первых работ, связанных с применением факторного анализа и изучению конституций, было исследование К. Спирмана (Spearman, 1927), в котором он пришел к выводу, что наличие определенных факторов в этой области не может отрицаться; этот вывод подтверждается и другими исследователями.

К. Мак-Глой (Mc-Gloy, 1940) дифференци-

зводит дифференцировать три компонента, формирующих тип (мы имеем в виду длину тела и степень развития мускульной и подкожной жировой ткани).

Как уже упоминалось, подобные же выводы были сделаны многими авторами на основании использования более сложных статистических приемов.

Во-вторых, схема В. В. Бунака принята в советской антропологической литературе и использование данного метода сделало наш материал сравнимым с данными советских исследователей.

Представляется уместным лишь одно замечание, связанное с использованием термина конституция.

В советской литературе термин конституция обозначается комплекс морфологических показателей, определяющих внешний облик индивида, причем имеется в виду, что данное понятие включает в себя помимо морфологических характеристик также определенных биохимический, психологический и физиологический статус.

Более удобным представляется термин, принятый в американской и английской литературе — "соматотип", или тип телосложения.

Конечно, неоспоримо, что определенная морфологическая структура индивида влияет на его возможность в физической и других сферах деятельности.

В данной статье обсуждаются материалы, полученные в результате выборочных исследований городского населения (мужчины) в ряде республик Советского Союза, а именно: РСФСР, БССР, Груз. ССР, Уз. ССР, Арм. ССР.

Определение типа телосложения проведено одним и тем же наблюдателем (автором) во всех указанных районах в течение короткого периода, что уменьшает возможность методических неточностей, связанных с субъективностью оценки.

Одновременно с диагностикой типа телосложения, как уже отмечалось выше, проводилось антропометрическое обследование и анкетирование изучаемых групп.

Процентное соотношение возрастов в выборках соответствует данным переписи 1959 г. с необходимыми поправками на год исследования.

Национальные группы изучались в пределах столиц союзных республик и представлены следующими выборками.

Выборки по всем национальным группам получены в результате зачерпываний среди городского населения и включают представителей различного рода занятий и образа жизни, что допускает сопоставление различных социальных групп.

В биологическом и медицинских исследованиях настоящего времени одной из важнейших задач является классификация или как принято

звучит четыре фактора, определяющих телосложение:

1-ый фактор (growth in fat) определяет развитие жировой ткани.

2-ой фактор определяет продольный рост (линейные признаки).

3-ий фактор (cross-sectional) определяет поперечный рост (обхватные характеристики).

4-ый фактор менее ясен и автор не делает попытки его оценки.

Результаты, полученные К. Мак-Глоем, а также работы, проведенные другими исследователями (Tanner, 1959; Чеплов, 1962 и др.), позволяют сделать вывод о присутствии по крайней мере трех независимых факторов, определяющих особенности морфологической структуры человека.

Анализ работ различных исследователей в области конституциональной типологии приводит к выводу, что в основе многих предположенных схем лежит чисто морфологический подход. Отдельные же схемы предполагают, что форма тела определяется комплексом обменно-физиологических показателей и может служить рабочим инструментом, положенным в основу классификации конституции.

Некоторые исследователи конституции человека выдвигали гипотезы, устанавливающие связь между различными морфологическими типами и температуром (Кречмер, 1930 и др.). В схеме Э. Кречмера трехчленное деление морфологических типов неразрывно связано с типами темперамента.

Если прежде конституциональная диагностика находила применение в работах морфологов, физиологов, врачей, то в последние времена усилился интерес к ней в работах социологов и психологического аспектов, направленных на выяснение распределения конституциональных типов в качественно различных группах.

В этом направлении работало много исследователей (Sheldon 1940, 1945; Sheldon and Stevens, 1945; Hooton, 1945; Morris, 1948; Seltzer, 1945, 1948; Woods, 1943; Gann et al. 1950; Bullen 1967 и др.).

Анализ и сопоставление данных, приведенных в названных работах, дает возможность констатировать различия в распределении конституциональных типов между определенными социально-профессиональными группами.

В начале работы перед нами возникла проблема выбора рабочего инструмента, т. е. достаточна объективной типологической схемы для оценки типа телосложения.

Примером большого количества исследователей привел нас к заключению о целесообразности использования в работе схемы В. В. Бунака (1940).

Подобный выбор не случаен. Во-первых, диагностика типа телосложения, по Бунаку, разработана на основании изучения корреляций отдельных морфологических признаков и по-

Группа	РСФСР Москва		Эстонская ССР Таллин		Армянская ССР Ереван		Азербайджанская ССР, Баку		Грузинская ССР Тбилиси		
	село/ город*	170	село/ город*	130	село/ город	178	село/ город	120	село/ город	117	165
N	419										

* Село/город — группа людей, мигрировавших в сельской местности в городскую, до 20 лет проживала в селе.

кого типа на основании ряда антропометрических размеров, веса тела. Использование метода множественного регрессионного анализа, они составили уравнения для определенных типологических групп. В их работе подчеркивается большая корреляционная зависимость эндоморфии и величины жировых складок (коэффициент корреляции колеблется от 0,72 до 0,75).

На необходимость модификации оценки соматических типов указывается в работе Б. Хейлмана Хит (Heath, 1963), которая критикует Шелдона за отсутствие биометрического подхода и большую долю субъективизма при проведении типологии.

Этот же исследователь (1968) предлагает модифицированный метод определения соматотипов. В статье представлены номограммы и таблицы для определения отдельных компонентов тела и их сочетаний, что позволяет констатировать морфологический статус индивидов.

Данный метод определения соматотипов может быть приложен к любым возрастным и половым группам.

Р. Клуусман (Kluusman, 1967) изучил зависимость биометрического диагноза конституциональных типов от числа и сухости верхних признаков. Автор предлагает при проведении конституциональной диагностики типов телосложения использовать следующие показатели: индекс Рорера, трансверсальный плечевой диаметр, отнесенный к длине тела, длина шеи (обхват шеи, максимальный обхват плеча) длина плеча, наибольший обхват предплечья (длина предплечья, толщина жировой складки в месте максимального обхвата плеча, морфологическая высота лица) скрутовая ширина; угол наклона нижней челюсти и 3 описательных признака.

Материал обработан методом дискриминантного анализа. Отмечено, что при использовании отдельных признаков не достигается достаточная степень различия между соматическими признаками, в то время как использование совокупности отмеченных выше признаков и включение их в дискриминантную функцию наметает путь к переводу объективной диагностики.

С. Менцл (Mencz, 1968), оценивая возможность приложения конституциональной типологии в медицине, отмечает predispositionность отдельных типов телосложения к определенным болезням: леготомный тип (узкое телосложение, небольшой вес, повышенная реактивность и чувствительность) — туберкулез, неврозы, язва желудка; мезосомный тип (мощная

миокардиальная (и скелет) — артериосклероз, инфаркт; гипоксимический тип (развитие в ширину, повышенное жиросодержание) — ожирение, диабет, артериосклероз.

Автор отмечает необходимость уточнения модификации конституциональной типологии для проведения профилактических мер и лечения названных болезней.

Г. Ваумен, Х. Бони (Vauman; Bonny, 1968) анализирует возможность использования типологических антропометрических профилей для проведения конституциональной диагностики. В работе приведены для различных конституциональных морфотипов для различных конституциональных типов.

В современной советской литературе подобных исследований практически нет.

Нам известна только одна работа, посвященная дискриминантному анализу типов телосложения (Чечов и сотрудники, 1968).

Сравнивали попарно: грудной — мускульный, мускульно-броншный, грудной — броншный типы. В дискриминантную функцию были включены три признака: длина тела, обхват бедра и подлопаточная жировая складка. Удовлетворительная степень различения достигнута только для грудного и броншного типов, расхождения же значений функции при двух последних сопоставлениях перекрываются полностью.

Из краткого обзора литературы очевидно, что только еще намечается подход к биометрическому решению проблемы, охватывающей широкий круг вопросов, среди которых одно из первых мест принадлежит математическому аппарату.

2. ИСПОЛЬЗОВАНИЕ СТАТИСТИЧЕСКИХ МОДЕЛЕЙ В ИЗУЧЕНИИ ВЕРОЯТНОСТНЫХ РАСПРЕДЕЛЕНИЙ ТИПОЛОГИЧЕСКИХ ГРУПП

С формальной точки зрения задача дифференциальной конституциональной диагностики эквивалентна проблеме классификации объектов или задаче классификации (дискриминации).

Сущность вопроса не зависит от реальных форм объекта, характера вариаций и физического состояния и кратко формулируется в виде строгой математической модели, предполагающей возможность статистического описания объектов в многомерном пространстве.

По мнению Ю. Л. Барабаша (Барабаш и др., 1967) модель распознавания должна быть статистической, хотя в ряде случаев и возможно использование детерминированной модели (которая, однако, является лишь частным случаем статистической).

При постановке задачи различения построение модели может идти двумя путями: первый предполагает наличие определенных сведений о совокупности классов; второй же

бавляется на совокупности ряда признаков, где при большом числе объектов позволяется провести определенную группировку, причем конечное число классов заранее не задано.

В теории распознавания имеется ряд понятий, замешанных из других областей науки, в частности понятие класса.

Известно, что объект, составляющие класс, объединяют общность свойств.

Характеристики класса мы получаем на основании какой-то выборки объектов, в то время как относим к нему и множеству наблюдений, не вошедших в выборку. По мнению А. А. Харевича (1963) „Класс относится к выборке примерно так же, как вероятность события к экспоненциальной частоте его“ (А. А. Харевич, 1963, стр. 4). Переходя к геометрическим представлениям А. А. Харевич предлагает изображать выборку лучом векторов, а класс некоторой областью в пространстве, где раскладываются концы векторов выборки и куда попадают векторы любых неисследованных объектов, которые могут быть отнесены к данному классу.

Исходя из изложенного, следует предположить, что области, принадлежащие разным классам, будут разнесены в пространстве.

Разумеется, что при построении статистической модели распознавания приходится иметь дело с целым набором классов, так называемым „алфавитом“ классов (по Ю. Л. Барабаш с сотрудниками, 1967; при описании статистической модели мы сохраним обозначения, принятые в указанной работе). Набор классов обозначим: $A = A_1, A_2, \dots, A_i, \dots, A_M$; где A_i — некоторый класс, M — общее число классов, i — номер класса.

В каждом из классов заключено некоторое число объектов, так называемых реализаций, совокупность которых обозначается множеством $X = X_1, X_2, \dots, X_k, \dots, X_N$; где X_k — некоторый признак, N — общее число признаков, k — номер реализации, j — номер реализации.

По мнению авторов, имеет место следующее неравенство $T \gg M$, т. е. при непрерывном изменении значений признаков общее число реализаций $T \rightarrow \infty$.

Совокупность признаков, характеризующая некоторый алфавит классов, обозначается множеством $X = X_1, X_2, \dots, X_k, \dots, X_N$; где X_k — некоторый признак, N — общее число признаков, k — номер признака.

Для каждого признака можно выделить некоторое число градаций, которые для признака $X_k = X_k^1, X_k^2, \dots, X_k^R$; где X_k^e — некоторое значение признака X_k , R — общее число градаций X_k , e — номер градации.

Составные определенных значений признаков и есть выражение конкретной реализации. При геометрической интерпретации любой из совокупности признаков можно представить в виде координатной оси N — мерного простран-

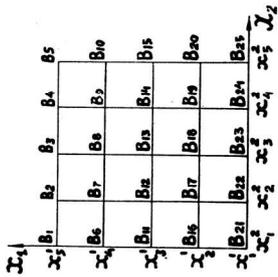


РИС. 1. Координатная сеть двумерного пространства. Число значений признака $N = 5$.

ства. (См. рис. 1, пример по Ю. Л. Барабаш и др., $N = 2$, число значений признака $N = 5$).

Каждую из реализаций можно выразить в виде некоторого вектора в пространстве. (См. рис. 2, пример заимствован из той же работы).

Приведенные примеры иллюстрируют само понятие класса в это пространственной интерпретации.

Очевидно, что статистическая модель предполагает необходимость знания совместных распределений вероятностей значений признаков.

Совместное распределение вероятностей значений признаков, в случае статистической связи между ними может быть записано для класса A_i следующим образом:

$$P(X_k/A_i) = \int_{-\infty}^{+\infty} \dots \int_{-\infty}^{+\infty} (X_k/A_i) dx_1 \dots dx_n, n \neq k$$

где (X_k/A_i) — многомерная плотность распределения вероятностей значений признака X_k для класса A_i , причем

$$f(X_k/A_i) = \int_{-\infty}^{+\infty} \dots \int_{-\infty}^{+\infty} (X_k/A_i) dx_1 \dots dx_n, n \neq k$$

Таким путем получаем группу вероятностных характеристик, определяющих многомер-

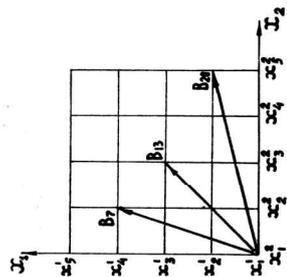


РИС. 2. Векторы трех выборок реализаций.

ные распределения вероятностей значений признаков. Помимо этого целесообразным представляется знание того, как часто может быть встречен тот или иной класс, что определяется распределением вероятностей классов.

$$P(A) = P(A_1); P(A_2), \dots, P(A_i), \dots, P(A_M)$$

Распределения $P(X_k^e/A_i)$ и вероятности $P(A_i)$ именуются элементами класса A_i .

Обработка имеющихся данных проводится на основании определенных алгоритмов, и прежде всего на основании так называемого решающего правила, в соответствии с которым проводится гиперповерхность, разделяющая классы в пространстве реализаций.

При построении алгоритмического критерия, с помощью которого было бы возможно проведение типологии, исследователь сталкивается с рядом задач: выбор совокупности признаков, участвующих в построении критерия; определение вероятностных характеристик данной совокупности признаков $P(X_k/A_i)$, а также вероятности появления классов $P(A_i)$.

Завершающим этапом предварительного анализа является отсев ряда признаков, т. е. „минимизация“ в описании класса, где, как очевидно, основным принципом отбора являются максимум межклассовой дифференциальной информации, которую несет каждый данный признак.

Идеальным случаем для построения алгоритмического критерия является возможность исключения в него признаков альтернативной природы, т. е. наличие данного признака у одной типологической группы и отсутствие у другой (например, цвет кожи свиреоида и нероюда), однако для большинства биологических объектов такая ситуация не представляется реальной и мы имеем дело обычно с качественно одинаковыми признаками, различия между которыми заключены лишь в распределении вероятностей их значений.

Результаты наблюдения за объектом, представленные полностью, с доступной для данной методикой точностью, именуются абсолютным описанием.

Для классификации не требуется абсолютного описания, а необходимо лишь знание характерных признаков, совокупность которых изменится относительно описанием. При проведении любой типологии естественной оказывается необходимость разрешения двух задач: выбора, определяющего данный класс признаков и разнесение объектов по соответствующим классам. Вторая часть задачи достаточно разработана и зиждется на теории статистических решений, в то время как выбор признаков определяется зачастую интуицией исследователя, а строго научный подход еще слабо разработан.

Выбор признаков для критерия может быть построен на знаниях M и b^2 , если их значения распределены в соответствии с нормальным законом. В тех ситуациях, когда признаки обна-

рываются скошенные распределения, что выясняется при вычислении коэффициентов асимметрии и эксцесса, необходимо проведение трансформации значений признака и повторная аппроксимация распределений трансформированных значений параметрами нормального закона. Очевидно, что при пространным предметом ставлении его размерность определена числом признаков, входящих в критерий (например — 2 признака — 2 мерное пространство и т. д.).

Соответствие координат фиксируется в пространстве точку, представляющую соответствующий объект, а класс выступает в виде множества точек. Причем разным классам могут соответствовать различные множества этих точек, что трудно предположить при проведении классификации биологических объектов.

Обычно объекты разных классов могут определяться признаками сильно трансформируемыми, множества могут даже полностью пересекаться и здесь представляется необходимостью введение вероятностных понятий о возможности появления в данной точке пространным представляется i -то класса.

Признаки разных типологических вариантов (классов) могут быть по своим качественным характеристикам отнесены к ряду групп: признаки с идентичными статистическими параметрами для разных вариантов, признаки с частично трансформируемыми распределениями и признаки, распределения значений которых не имеют зоны перекрытия.

Конечно, использование последних представляет идеальным, первых бессмысленным, а в практической работе, к сожалению, приходится иметь дело с признаками, распределения которых частично трансформируются, что ставит нас перед необходимостью введения вероятностных характеристик.

«Вероятностную меру (по мнению Ю. Л. Бараша и др. — Вставка наша — Е. К.), можно задать, определив на каждом из множеств A_i распределения вероятностей значений признаков соответствующих классов».

Плотность распределения на A_i , $i = 1, 2, \dots, M$ запишется как $f(x_1/A_i, \dots, x_n/A_i) = f(x_1/A_i)$, где A_i — множество точек соответствующих реализациям объекта i -го класса, x_k , $k = 1, 2, \dots, n$ — координатная ось пространным. (Ю. Л. Бараша и др. Вопросы статистической теории распознавания, 1967, стр. 84.)

3. ДИСКРИМИНАНТНЫЙ АНАЛИЗ В КОНСТИТУЦИОНАЛЬНОЙ ТИПОЛОГИИ

При выработке критериев сходства, основанных на совокупности ряда признаков, следует использовать как можно меньший их набор, что значительно уменьшает объем вычислительной работы, а упрощение достаточно информативности.

мативных признаков позволяет удовлетворительно решить поставленную задачу.

Как выбрать максимально информативные признаки? Во многих работах делается попытка разрешения этой задачи. Путь полного перебора подпространств с различным сочетанием признаков представляется слишком трудоемким и малореальным уже при небольшом числе признаков.

В исследовании Г. Е. Лбова (1965) рассмотрены эвристический метод случайного поиска признаков на основании метода Монте-Карло, что позволяет не совершать полного перебора признаков.

А. Г. Француз (1965) предлагает проводить дифференциацию признаков на независимые группы и описывает дальнейшую процедуру отбора.

А. А. Харквичем (1953, 1960, 1963) указана методика отбора признаков, однако при этом сделаны слишком суровые ограничения, соблюдение которых вряд ли возможно при исследовании биологических объектов (повторности, ограничивающие области классов, не должны пересекаться, должны быть выделены и гладкими. Класс же характеризуется определенным значением, т. е. эталоном). Признаки, разделяющие классы, находятся на основании выбора направления проектирования, нормального к общей касательной плоскости.

В ряде работ (Suiffers, 1965 и др.) предлагается предварительная оценка дифференциальной значимости признаков методами дисперсионного анализа, что отрицается другими авторами (А. Француз, 1965; Weiner, Dani, 1966 и др.). Однако, как отмечает В. Ю. Урбах (1969) в обзоре, посвященном дискриминантному анализу в приложении к биологической систематике и медицинской диагностике, вопрос выбора информативных признаков еще очень далек от удовлетворительного разрешения.

Использование дискриминантного анализа в общеприкладных исследованиях представлено в ряде работ.

А. А. Любшич (1966) в обзорной статье, посвященной новым направлениям математической таксономии, отмечает три основных направления феноетической систематики: чисерная или неоснованная, связанная с использованием факторного анализа; нелинейная или контрградиционная с использованием дискриминантного анализа и номотетической, стремящаяся найти законы в пределах системы.

Е. Дюроу (Durou, 1964) так и озаглаживает свою статью Не-Линейная таксономия (Non-Linear taxonomy), где он подчеркивает достоинства систематики, базирующейся на дискриминантном анализе.

А. А. Любшич (1963) использует метод дискриминантных функций Фишера для различения трех видов земляных блошек на основании анализа 6 соматических характеристик, включенных в функцию.

А. Г. Француз и др. (1964) ставят задачу дифференциальной диагностики различных болезней (в частности заболеваний центральной нервной системы) с применением ЭВМ. Сама постановка задачи предполагает выделение групп симптомов с дальнейшим статистическим анализом. В работе использовались три статистики: логарифм правдоподобия, дискриминантная функция и так называемая перестроенная функция, являющаяся частным случаем дискриминантной. Путем сопоставления трех статистик выявлено, что использование дискриминантной функции для задач машинной дифференциальной диагностики является наиболее перспективным.

Использование дискриминантного анализа в генетических исследованиях нашло отражение в работах К. Ринкуня (Risutia, 1966), Е. Деффиза-Гуссенхофен (Deffize-Gussenhoven, 1967) и многих других авторов.

Ряд исследований посвящен уточнению техники проведения анализа. Так отмечается Durr O. J., Varady R. D., 1966, что применение линейной дискриминантной функции (полученной на основании выборочных наблюдений) к новому материалу дает меньшую вероятность правильной классификации.

Авторы нашли соотношение между вероятностью линейной дискриминантной функции — (P_2) и истинной вероятностью классификации (P_3) при изменении числа признаков от 2-х до 10, а численности от 25 до 500 и определяли процентные точки распределения P_3/P_2 (P_{30} , P_{50} , P_{90}).

Литература по проблемам систематики, распознавания классов и т. д. с применением дискриминантного анализа крайне обширна. Достаточно указать лишь на обзорные работы В. Феллера (Feller, 1963) (реферировано около 500 исследований) и В. Урбаха (1970) (реферировано около 200 работ). Однако, несмотря на это следует отметить, что в большинстве указанных работ делаются лишь первые шаги в исследовании общей задачи.

В нашей работе сделана попытка попарного сопоставления крайних вариантов типа телосложения (грудной, мускулистый, бройшиный) с целью выработки критериев, которые позволили бы произвести отнесение индивидов к определенной типологической группе на основании дискриминантного анализа совокупности соматических характеристик.

Метод дискриминантного анализа был предложен еще К. Фишером (Fisher, 1936) для сопоставления двух совокупностей, причем в этих целях им использовалась линейная дискриминантная функция следующего вида:

$$\bar{x}^k = b_1 \bar{x}_1^k + b_2 \bar{x}_2^k + \dots + \dots = \sum b_j \bar{x}_j^k$$

Принцип нахождения функции состоит в отыскании линейной комбинации признаков с некоторыми коэффициентами b_j , которые давали бы максимум следующей дроби:

$$\frac{n(\bar{x} - \bar{x})^2 + \dots + n^k(\bar{x}^k - \bar{x}^k)^2}{\sum_{k=1}^n (\bar{x}^k - \bar{x})^2} = \text{maximum}$$

где $K = 1 \dots S$ — число совокупностей, $n = 1 \dots J$ — число индивидов в пределах данной совокупности.

Условие становится более понятным при выведении данного выражения через сумму отклонений от среднего, т. е. дисперсию.

$$\sum_{k=1}^n (\bar{x} - \bar{x})^2 = \sum_{k=1}^n (\bar{x} - \bar{x}^k)^2 + \sum_{k=1}^n n^k (\bar{x}^k - \bar{x})^2$$

Как известно, дисперсия признака по всем совокупностям складывается из внутри- и межгрупповой дисперсии. В приведенном выше выражении максимизация числителя представляет собой рассеяние между совокупностями, а знаменатель — внутри совокупностей.

Условие максимизации обуславливает минимизацию внутригрупповой дисперсии и резкое усиление межгрупповой у полученного совокупного признака или дискриминатора.

Метод сопоставления алгоритма линейной дискриминантной функции для сопоставления двух совокупностей приводится и Е. Вебер (Weber, 1961).

При необходимости установления достоверности различий между двумя совокупностями, т. е. выяснении вопроса о дифференциальной значимости дискриминантной функции принимается анализ дисперсий значений (X) дискриминатора.

F — критерий, как известно, определяется отношением величин межгрупповой дисперсии к внутригрупповой и затем сопоставляется со стандартными таблицами для выяснения уровня значимости полученных различий.

Так как в нашей работе используются 8 признаков, представим рабочие расчетные формулы без каких либо пояснений.

$$q_{ij} = q_{ij}^1 + q_{ij}^2, \text{ где } q_{ij}^k = \sum_{m=1}^{n_k} (x_{ij}^k - \bar{x}_{ij}^k)(x_{ij}^k - \bar{x}_{ij}^k),$$

где $K = 1, 2; m = 1, \dots, n_k; i, j = 1, \dots, 8;$

$$c_{ij} = \frac{q_{ij}}{\sqrt{q_{ii} q_{jj}}}; d_j = \bar{x}_j - \bar{x}_j^1; d_j = d_j / \sqrt{q_{jj}};$$

Составляем систему из 8 уравнений с 8-ью неизвестными:

$$\sum_{i=1}^8 b_i q_{ij} = d_j' (j = 1, \dots, 8)$$

Решаем систему относительно b_j ; $b_j = b_j / \sqrt{q_{jj}}$ Исковая линейная функция для 8-ми признаков имеет вид:

$$X = b_1 x_1 + b_2 x_2 + b_3 x_3 + b_4 x_4 + b_5 x_5 + b_6 x_6 + b_7 x_7 + b_8 x_8$$

Следующий этап работы заключается в подстановке значений всех признаков индивида из K -ой группы в указанную функцию, в резуль-

тате чего подучается два ряда значений для двух совокупностей, которые затем наносятся на соответствующие графики. Расхождения между совокупностями, достоверность наблюдаемых отличий оценивается с помощью F — критерия.

ЛИТЕРАТУРА

- БАРАБАШ Ю. Л. и др. 1967: Вопросы статистической теории распознавания. М., Сов. радио.
- БАШКИРОВ П. Н., 1962: Учение о физическом развитии человека. Изд-во МГУ.
- БЯНАК В. В., 1940: Нормальные конституционные типы в свете данных о корреляции отдельных признаков. Уч. зап. МГУ, т. 34.
- БРЕЧМЕР Э., 1930: *Строение тела и характер*. М., Госиздат.
- ЛЮБОВ Г. С., 1964: Выбор эффективной системы признаков. *Вычислительные системы*. Новосибирск, И. М. СО АН СССР, вып. 14.
- ЛЮБИЦЕВ А. А., 1966: О некоторых направленных в математической таксономии. *Ж. общей биологии*, 27, № 6.
- ЛЮБИЦЕВ А. А., 1963: О количественной оценке сходства. *Применение математических методов в биологии*, Изд-во ЛГУ, № 2.
- УРБАХ В. Д., 1969: Дискриминантный анализ и его применение в биологической систематике и медицинской диагностике. В сб. *Математ. методы в биологии*, М., ВНИИТИ.
- ФРАНЦУЗ А. Т., ТОЛКОНОГИЙ И. М., ЛЕВИН И. Я., 1964: Об использовании электронных вычислительных машин для решения задач дифференциальной диагностики. *Ж. невропатологии и психиатрии*, 64, вып. 12.
- ХАРФЕВИЧ А. А., 1959: О распознавании образов. *Радиотехника*, № 5.
- ХАРФЕВИЧ А. А., 1960: О принципах построения читательских машинок. *Радиотехника*, № 2.
- ХАРФЕВИЧ А. А., 1963: О выборе признаков при машинном распознавании образов. *Техническая кибернетика*, № 2.
- ЧУБЕРОВ В. П., 1962: *Факторный анализ некоторых морфологических особенностей человека*. Автореф. канд. дисс., М.
- BAUMANN G., BOHNY U., 1968: Diagnostic constitutionnel et profils typologiques anthropométriques. *Bull. Assoc. anat.*, N 141.
- BRIAN L., 1967: Les applications de la méthodique anthropométrique en contribution au problème de la standardisation en anthropologie constitutionnelle. *Trudy Mezdanarod. kongressa antrop. i etnograf. nauk v Moskve 1964*, т. 2, Москва, Наука.
- BRIAN L., 1962: Anthropometregraphia (Contributio ad una rielaborazione della metodologia costituzionalistica),

- 6-е Congr. internat. Sci. anthropol. et ethnol., Paris, 1969, Paris, t. 1.
- BULLEN A., 1967: Human variation in industry. *Trudy Mezdanarod. kongressa antrop. i etnograf. nauk v Moskve 1964*, т. 2, Москва, Наука.
- DALHOX A. et al., 1962: Predicting somatotype from body measurements. *Amer. J. Phys. Anthropol.*, 20, N 4.
- DEFRISE-GUSSENHOVEN E., 1967: Generalized distance in genetic studies. *Acta genet. et statist. med.*, 17, N 3.
- DUNN O., VABADY R., 1966: Probabilities of correct classification in discriminant analysis. *Biometrics*, 22, N 4.
- DUPERUIS C., 1950: Anthropometry of extreme somatotypes. *Amer. J. Phys. Anthropol.*, v. 8, N 3.
- DUPROW E., 1964: Non-Linnæan taxonomy. *Nature*, 202, N 6955.
- EYSENCK H. S., 1953: *The structure of human personality*. Methuen, London, Sobn Wiley, New York.
- FEDERER W., 1963: Procedures and designs useful for screening material in selection and allocation, with a bibliography. *Biometrics*, 19, N 4.
- FISCHER R., 1935: *The Design of Experiments*, Edinburgh.
- HEATH B. H., 1963: Need for modification of somatotype methodology. *Amer. J. Phys. Anthropol.*, vol. 2.
- HEATH B. H. and CARTER S. E., 1966: Comparison of somatotype methods. *Amer. J. Phys. Anthropol.*, vol. 24.
- KNUSSMAN R., 1967: Zur Abhängigkeit der biomechanischen Körperbauprognose von Anzahl und Art der Zeitmerkmale. *Homo*, 18 N 4.
- LUTWIKOVA N. M., I. UTKINA, TSCHEPESOV W. P., 1968: Конституционные и Körperliche Entwicklung des Menschen in der Lehre über Körperzusammensetzung. *Der VIII. Internat. Kongress der anthrop. und etnograph.*, Tokyo.
- McGLOU C., 1940: An analysis for multiple factors of physical growth of different age levels. *Child Development*, Washington, vol. II, N 4.
- MENTL S., 1968: Die Konstitutionstypologie und ihre Bedeutung in der Medizin. *Anthropologie*, 6, N 2.
- RISCHULLA C., 1966: Analiza discriminantoria in taxonomie si in diagnostică evolutivă. *Probl. med. iudic. si erit.*, Bucuresti, t. 1.
- SELTZER C., 1948: A relationship between Sheldonian somatotype and psychotype. *Journ. Personality*, Vol. 16.
- SELTZER C. C., 1946: Anthropometric characteristics and physical fitness. *Research Quarterly*, Vol. 17.
- SHIELDON W., 1940: *The varieties of human physique*. Harper and Brothers, N.Y.
- SHIELDON W. A., STEVENS S., 1945: *The varieties of temperament*. Harper and Brothers, N.Y.
- SKERJY B., 1962: Investigation in to the morphology of the human body. 6-4 congr. internat. sci anthropol. et ethnol., Paris, 1964, Paris, t. 1.
- SPEARMAN C., 1927: *Abilities of man*. N.Y.
- TANNER S., 1959: The present status of constitutional studies in relation to anthropometry with special reference to Sheldonian somatotypes. *Homo*, No. 10.
- WEBER E., 1961: *Grundriss der biologischen Statistik*. Jena.
- WOODS W. Z., BROWNE and SELTZER C. C., 1963: *Selection of officer Candidates*. Harvard University Press, Cambridge.

ПРИМЕНЕНИЕ ТИПОЛОГИЧЕСКОГО МЕТОДА ПРИ УСТАНОВЛЕНИИ МОРФОЛОГИЧЕСКИХ РАЗЛИЧИЙ ГРУПП ЧАСТЬ II.

РЕЗЮМЕ. — В работе анализируется возможность использования статистических моделей для изучения вероятности распределений типологических групп. На базе обследования численности для этнических групп жужского населения СССР (русские, эстонцы, грузины, армяне, азербайджанцы, Н сумм. = 1700) при использовании обширной антропометрической программы (90 признаков) и конституционной диагностики по методу В. В. Бунака (1940) изучены различия в морфологической структуре отдельных социально-профессиональных и этно-территориальных групп. Дискриминантный анализ совокупности антропометрических характеристик, проведенный в целях выработки алгоритмического критерия для выделения отдельных типологических вариантов телосложения позволяет отметить следующие:

1. На основании рассчитанных значений весов факторов b — можно диагностировать два типологических варианта конституциональной схемы В. В. Бунака (срубной и брешной типы).
2. Сопоставление срубного и мускульного, мускульного и брешного типа также возможно, однако выводы должны носить более оговоренный характер в силу значительной трансгрессии сравнимых распределений.
3. Необходимо отметить, что при сопоставлении типологически все исследованных групп различия средних значений дискриминатора достоверны на 0,1 % уровне значимости, что иллюстрирует возможность дискриминантного метода для дальнейшей объективизации в проведении в жизни различных типологических схем.

Исследование процентного распределения типов телосложения в отдельных профессиональных социальных и этнических группах приводит к следующим выводам:

1. Отмечаемые различия в конституциональном распределении в отдельных социальных и профессиональных группах свободны в большинстве этнотерриториальных выборов, что по всей вероятности свидетельствует о существовании определенного социально-профессионального подбора.
2. Различия в распределении типологических вариантов телосложения в отдельных этнических группах объясняются, вероятно, как непосредственным модифицирующим влиянием климатогеографического фактора на морфологический статус, так и различиями в наследственной детерминации вариантов типа телосложения, характерного для данного природного комплекса, особенно в экстремальных условиях.

ABSTRACT. — Estimation of morphological differences within populations: A typological method. Part II. by E. Kobylanskiy.

Some 1700 individuals of diverse ethnic groups living in the USSR (Russians, Estonians, Georgians, Armenians and Azerbaidzhanians) were studied anthropometrically. 90 traits were measured and somatotyping was done according to the method of V. V. Bunak. The analyses also considered social and occupational factors.

The discriminant analysis of anthropometric characteristics was made in order to elaborate an algorithmic criterion for the differentiation of the somatotype variants, allowing us to underline the following:

1. Two typologic variants, thoracic and abdominal, were noted.
2. The differentiation between thoracic and muscular, and muscular and abdominal types also occurred but there was considerable overlapping in the distributions.
3. Differences between the mean values of the discriminant functions among the groups are statistically significant at a 0.1% fiducial level, thereby illustrating possibilities of the discriminant method to make more objective the various typological methods of classification.

An analysis of somatotype frequencies by occupation and ethnic group, respectively, gave the following results:

1. Observed differences between the various occupational groups concerning the somatotype frequencies were generally similar in the various ethnic groups. This fact appears to favour the view of occupational selection with regard to somatotype.
2. Substantial differences occurred in somatotype frequencies in the various ethnic groups, probably as a result of the modifying influences of climate, socioeconomic status and geographic factors on the somatotype and last but not least by differences in hereditary factors.