ANTHROPOLOGIE * XXI/1 * 1983

GÜNTHER SAGER

ZUR ENTWICKLUNG DES KOPFUMFANGS TSCHECHISCHER KINDER NACH DATEN VON DOKLÁDAL (1959), KOMENDA UND KLEMENTA (1978)

ZUSAMMENFASSUNG. — Eine vom Verfasser 1980 entwickelte mathematische Darstellung des menschlichen Längenwachstums wird auf den Kopfumfang von Kindern aus der ČSSR nach Meßdaten von DOKLÁDAL, KOMENDA und KLEMENTA (1959, 1978) angewendet. Dabei wird zu einer Basisfunktion, die aus Daten von der Geburt bis zur Pubeszenz bestimmt wird, ein puberaler Wachstumsschub addiert. Im Ergebnis erscheinen Tabellen über die funktionale Abhängigkeit zwischen Kopfumfang und Alter, in denen die Meßwerte von den Streuungen befreit sind. Die verwendeten Formeln erlauben weiter die Berechnung der Wachstumsgeschwindigkeit (Zuwachs) und bei hinreichend vielen und gut basierten Meßwerten ist auch der Verlauf von Wachstum und Zuwachs des Kopfumfangs für ♂ und ♀ wiedergegeben.

The development of head circumference of Czech children after data from DOKLÁDAL (1959), KOMENDA and KLEMENTA (1978).

ABSTRACT. — Measurements of the head circumference of Czech children by DOKLÁDAL, KOMENDA and KLEMENTA (1959, 1978) are submitted to a mathematical representation on the lines of formulae for human height growth developed by the author in 1980. For this purpose a basic function is determined from the values between birth and pubescence, and superimposed by a puberal growth spurt. As a result tables are given with the functional interdependence between head circumference and age thus avoiding the deviations due to measurements. Moreover the applied formulas allow the calculation of the increase or growth velocity, and even the growth acceleration provided that relatively dense and well based series of body dimensions are available. Mean growth and increase of head circumference for ČSSR children are shown graphically for the ♀ and ♂.

1. PROBLEMATIK DER ERFASSUNG DES HUMANWACHSTUMS

Kontinuierliche Reihen über menschliches Wachstum sind immer noch Raritäten. Zum Kopfumfang tschechischer Kinder gibt es Daten von Dokládal ab der Geburt (1959) sowie Komenda und Klementa (1978) ab 4 Jahre. Da die erste Reihe bereits durch die Akzeleration beeinträchtigt und die zweite lückenhaft ist, hat der Verfasser eine Anpassung der ersten Reihe bei unveränderten Geburtswerten über die ersten 4 Jahre an die zweite Serie vorgenommen und die vereinigte Reihe durch eine von ihm entwickelte Kombination aus einer Basisfunktion und einem puberalen Wachstumsschub über nichtlineare Regressionen approximiert. Den Messungen liegen Daten von etwa 1700 Kindern aus ausgewählten Gebieten zugrunde, die zwar nicht unbedingt repräsentativ für das ganze Land sind, aber als Standards der Möbel- und Bekleidungsindustrie für Schulkinder der RGW-Länder dienen.

Während beim Größenwachstum des Menschen die Geburtslänge grob 30 % der Endlänge ausmacht, beträgt der Anteil beim Kopfumfang etwa 60 % mit jeweiligen Unterschieden bezüglich der Geschlechter und der geographischen Regionen. Im Alter von 3 Jahren erreicht das Verhältnis zum Endwert bei der Körpergröße etwa 55 %, beim Kopfumfang dagegen um 88 %. Mit 5 Jahren betragen die Relationen etwa 62 bis 65 % gegenüber rund 90 %, woraus schon ein extrem schnelles Wachstum des Kopfumfangs im Vergleich zum Körperlängenwuchs hervorgeht.

Ähnliche Verhältnisse könnte man auch zu den Extremitäten anführen, wozu man bei KOMENDA und KLEMENTA (1978) in ihrer Monographie über die Proportionen der Körperabmessungen bei Kindern und Jugendlichen zahlreiche Beispiele findet, die aber im allgemeinen erst mit einem Alter von 4 Jahren beginnen. Spezielle Untersuchungen hat der Verfasser zur Körperhöhenentwicklung in der DDR, BRD, England, Japan und der ČSSR durchgeführt (SAGER 1982a, b, c, d, e) und auf Radius und Tibia sowie Fußlänge in den USA ausgedehnt (SAGER 1982f, g, h).

Bei allen diesen Beispielen wurden vorliegende Meßreihen mathematisch analysiert. Das diente zwei Zwecken, nämlich einmal dem Ausgleich der fast immer von Unebenheiten durchsetzten Meßfolgen und zum anderen dem Versuch, das Humanwachstum mathematisch in eine nicht zu komplizierte formelmäßige Darstellung zu bringen. Dabei wurde Wert darauf gelegt, mit möglichst wenig Teilgliedern auszukommen, um Diskontinuitäten zu reduzieren oder sogar zu vermeiden.

Die Versuche der Erfassung des menschlichen Wachstums gehen fast hundert Jahre zurück, wie vom Verfasser an anderer Stelle ausgeführt worden ist (SAGER 1982c). Während man sich in den ersten Jahrzehnten mit einfachen Potenzfunktionen aufhielt, reifte allmählich die Einsicht, daß das Humanwachstum mit keinem Wachstumsvorgang in der belebten Natur zu vergleichen ist, es sei denn mit demjenigen der Primaten (BRODY 1928).

Untersuchungen über die Menschenaffen stehen in dieser Hinsicht noch aus, für den Rhesus (*Macaca mulatta*) aus der Gruppe der Tieraffen hat der Verfasser für die Entwicklung der Sitzhöhe kaum Ähnlichkeiten zum Menschen bezüglich der Wachstumsstruktur finden können; für die Relation zwischen Gewicht und Alter mußten jeweils verschiedene Ansätze herangezogen werden (SAGER 1982i).

Eine qualitative Verbesserung der mathematischen Ansätze hat BACKMAN (1934) besorgt, als er den Ablauf der Körperhöhe von der Geburt bis zum adulten Status in drei Phasen zerlegte und für jede davon ein Polynom 2. Grades im Logarithmus der Alterswerte (sog. biologische Zeit) ansetzte. Die Idee solcher Wachstumsschübe wurde in neuerer Zeit wieder aufgegriffen, wobei Teile des prä- und postnatalen Wachstums in relativ guter Approximation erfaßt werden konnten (PEIL und HELWIN 1977, PEIL 1979).

Bei einem Vorgehen in dieser Weise fallen bei dem Aufbau aus einer Summe von Wachstumsschüben über den hyperbolischen Tangens von der Form a tanh b(t−c) jeweils 3 Parameter an, bei n Schüben also 3n, dazu noch eine additive Konstante, insgesamt also 3n + 1 Parameter, die über nichtlineare Regressionen bestimmt werden müssen (PEIL 1975). Neben der Problematik auf der mathematischen Seite taucht nun der Wunsch auf, möglichst für jeden „Schub" eine biologische Erklärung zu finden.

Zu dieser Problematik ist folgendes zu sagen: Durch die Vorgabe einer Summe von Schubfunktionen werden Wachstumsschübe vorprogrammiert wie etwa harmonische Funktionen bei der Fourier-Analyse. Wählt man zum Beispiel den Arkustangens statt des hyperbolischen Tangens, also $\frac{2a}{\pi}$ arc tan b(t−c), so läßt sich ebenfalls ein System von Schüben gewinnen, nur wird es in seinen charakteristischen Daten wie Zentrum des Schubs (c), Tangente im Zentrum (2ab/π statt ab) und der „Amplitude" (a) nach Ausführung der nichtlinearen Regressionen anders ausfallen.

Versucht man nun, die erhaltenen Schübe biologisch zu adjungieren, käme man nicht mehr auf dieselbe Interpretation. Das trifft natürlich ebenso auf jede weitere Funktion vom Charakter eines Wachstumsschubs zu, die sich im Prinzip beliebig beibringen läßt. Deshalb hat sich der Verfasser auf den beim Menschen klar ausgeprägten puberalen Wachstumsschub beschränkt, an dem es biologisch keinen Zweifel gibt und der einer Basisfunktion des Wachstums aufgesetzt wird.

2. FUNKTIONEN FÜR DAS BASISWACHSTUM UND DEN PUBERALEN SCHUB

Die Überlegungen, auf denen die Basisfunktion beruht, sind an anderer Stelle (SAGER 1981) ausführlich wiedergegeben, so daß darauf verwiesen werden darf. Diese Funktion heißt

$$L = L_0 + A\left(\frac{t}{t_E}\right)^r\left[B - \left(\frac{t}{t_E}\right)^s\right] \quad \text{mit} \quad A = (L_E - L_0)\frac{r}{s} \text{ und } B = \frac{s}{r} + 1. \tag{1}$$

Darin bedeuten

t = Zeit seit der Geburt in Jahren,
t_E = Zeit des Abschlusses des Wachstums (adulter Status) in Jahren,
L = Länge zur Zeit t in Zentimetern,
L_0 = Länge zur Zeit der Geburt in Zentimetern,
L_E = Endlänge ohne puberalen Wachstumsschub in Zentimetern (hypothetische Größe),
r, s = Parameter in Form von Exponenten.

Mit t = 0 folgt aus (1) $L = L_0$ und mit $t = t_E$ der hypothetische Wert $L = L_E$. Dieser Betrag muß über die Folge der Meßwerte unter Ab-

straktion vom puberalen Schub graphisch abgeschätzt werden und wird dann durch die nichtlineare Regression präzisiert. Auch für t_E liefert die Meßserie einen Wert, der bei guter Lage der zugehörigen Punkte als definitiv genommen oder unter Abänderung des Rechenprogramms auch in die Ausgleichung einbezogen werden kann. L_o sollte bei ausgewogenen Meßreihen bekannt sein, kann aber bei fehlender Angabe erhebliche Schwierigkeiten machen, wenn man verschiedene Arten der Extrapolation ansetzen will.

Schließlich sind noch die Exponenten r und s vorhanden, von denen s im allgemeinen erheblich mehr schwankt als r. Beim menschlichen Längenwachstum gibt es für die Zeit von der Geburt bis etwa vor die Pubeszenz noch eine aus (1) für größere Beträge von s geltende Vereinfachung, die sehr schnell eine Abschätzung von r und damit auch eine relativ einfache Eingrenzung von s über eine transzendente Gleichung ermöglicht.

TABELLE 1. *Werte der Parameter aus der nichtlinearen Regression bzw. der semigraphischen Ausgleichung*

	♂		♀	
	[1]	[2]	[1]	[2]
r	0,346 58	0,379 82	0,292 50	0,354 81
s	0,327 85	0,256 45	0,651 95	0,431 60
L_E [cm]	53,59	53,70	52,55	52,70
L_o fix	35,4	35,4	34,6	34,6
t_E fix	19,0	19,0	18,0	18,0
a [cm]	1,4	nicht	1,1	nicht
b [cm^{-1}]	0,31	weiter	0,41	weiter
t* [a]	14,0	bear-	11,6	bear-
$L_E + 2a$ [cm]	56,39	beitet	54,75	beitet

Beim Kopfumfang mit seinem in der postnatalen Phase überaus schnellen Wachstum ist ein solches Vorgehen nicht möglich. Hier muß man aus (1) über 2 Wertepaare — aus einer visuell durch die Punktwolke gezogenen Wachstumskurve gewonnen — ein System simultaner transzendenter Gleichungen erfüllen. Die Einzelheiten sind vom Verfasser im Zuge des ersten Beitrags über das Körperlängenwachstum an einem Beispiel dargestellt (SAGER 1981) und können analog übertragen werden. Eine größere Genauigkeit ist dabei nicht erforderlich, jedoch kann das Verfahren mit sukzessiver Eingrenzung aufwendig werden.

Die Ergebnisse der nichtlinearen Regressionen über die Werte von der Geburt bis 10 Jahre (♂) bzw. 9 Jahre (♀) zeigt die Tab. 1 für die Parameter, während die Daten der Basisfunktion mit den Ausgangswerten in der Tab. 2 verzeichnet sind. Die Berechnungen wurden nach der Notation von PAUL (1975) durchgeführt, bei der im Prinzip die Minimierung der Summen der Fehlerbeträge [1], Fehlerquadrate [2] und Fehlerwurzeln [½] möglich ist, wobei auf den dritten Fall verzichtet wurde.

Für den puberalen Wachstumsschub bietet sich als eine Möglichkeit der schon genannte hyperbolische Tangens an, hier in der Form

$$\Delta L = a[1 + \tanh b(t - t^*)] = 2a/[1 + e^{-2b(t-t^*)}], \quad (2$$

wobei die eingangs gegebenen Interpretationen für die Parameter gelten. Wegen der relativ streuenden Daten bei DOKLÁDAL (1959) sowie KOMENDA und KLEMENTA (1978) für die ČSSR-Kinder aus der Räumen um Brno und aus Mittelmähren ist die Ausgleichung zu (2) semigraphisch aus der Differenz der Meßdaten und der Basisfunktion (1)

TABELLE 2. *Daten aus der nichtlinearen Regression bzw. semigraphischen Ausgleichung zum Kopfumfang von ČSSR-Kindern*

t Jahre	♂				♀			
	L cm	Basisfunkt.	puberaler Schub	Endform	L cm	Basisfunkt.	puberaler Schub	Endform
0	35,4	35,40	0	Werte siehe	34,6	34,60	0	Werte siehe
0,5	43,5	44,35	0	Basisfunkt.	42,3*	43,44	0	Basisfunkt.
1	46,4*	46,25	0		45,3*	45,24	0	
1,5	47,6*	47,45	0		46,4*	46,40	0	
2	48,6*	48,34	0		47,4*	47,26	0	
3	49,6*	49,60	0		48,5*	48,51	0	
4	50,4*	50,48	0,01	50,49	49,4	49,40	0	
5	50,9*	51,15	0,01	51,16	49,8	50,08	0,01	50,09
6	51,6	51,66	0,02	51,68	50,8	50,60	0,02	50,62
7	51,8	52,07	0,04	52,11	50,8	51,03	0,05	51,08
8	52,4	52,40	0,07	52,47	51,5	51,37	0,11	51,48
9	52,8	52,67	0,12	52,79	51,8	51,65	0,23	51,88
10	53,2	52,89	0,22	53,11	52,4	51,87	0,47	52,34
11	53,6	53,06	0,38	53,44	53,0	52,06	0,83	52,89
12	53,6	53,21	0,63	53,84	53,5	52,20	1,28	53,48
13	54,3	53,32	0,98	54,30	53,9	52,32	1,67	53,99
14	54,7	53,41	1,40	54,81	53,9	52,41	1,93	54,34
15	55,0	53,48	1,82	55,30	54,6*	52,47	2,07	54,54
16	55,6	53,53	2,17	55,70	54,7	52,52	2,14	54,66
17	56,2	53,57	2,42	55,99	54,8	52,54	2,17	54,71
18	56,5	53,59	2,58	56,17	—	52,55	2,19	54,74
19	—	53,59	2,68	56,27				

*) *im Rahmen der Anpassung vorkorrigierte Werte*

vorgenommen worden. Die Ergebnisse stehen ebenfalls in *Tab. 1* für die Parameter und in *Tab. 2* für die Anteile der Wachstumsschübe.

3. AUSWERTUNG DER ERGEBNISSE

Bildet man aus *Tab. 2* die Summe der Fehlerbeträge, d. h. der absoluten Abweichungen, so erhält man daraus als mittlere lineare Fehler 0,18 cm für die ♂ und 0,16 cm für die ♀. Das ist in Anbetracht der schon erwähnten Streuungen, die aus *Abb. 1* und *2* deutlich werden, noch ein beachtliches Ergebnis. Während die Werte a priori auf die Geburt eingepaßt sind, bleiben die Realbeträge bei $^1/_2$ Jahr unter der Basisfunktion (1), was wohl andeutet, daß die Leistungsfähigkeit von (1) bei einem so schnellen wie dem Kopfwachstum an die Grenzen ihrer Flexibilität stößt, falls nicht systematische Ausgangsfehler im Meßmaterial vorliegen.

In Übereinstimmung mit TANNER (1960) sind die in *Abb. 3* und *4* dargestellten Wachstumsgeschwindigkeiten von besonderem Wert, die aus den ersten zeitlichen Ableitungen von (1) und (2) als

$$\left.\begin{aligned} \dot{L} = \mathrm{d}L/\mathrm{d}t = C\left(\frac{t}{t_E}\right)^{r-1}\left[1-\left(\frac{t}{t_E}\right)^{s}\right] \\ \text{mit} \\ C = (L_E - L_0)\frac{r(r+s)}{s\,t_E} \end{aligned}\right\} \quad (3)$$

und

$$\Delta\dot{L} = \frac{ab}{\cos h^2\, b(t-t^*)} = ab\,[1 - \tanh^2 b(t-t^*)] \quad (4)$$

hervorgehen. In *Abb. 3* und *4* ist die Summe aus (3) und (4) ausgezogen, die Ableitung der Basis-

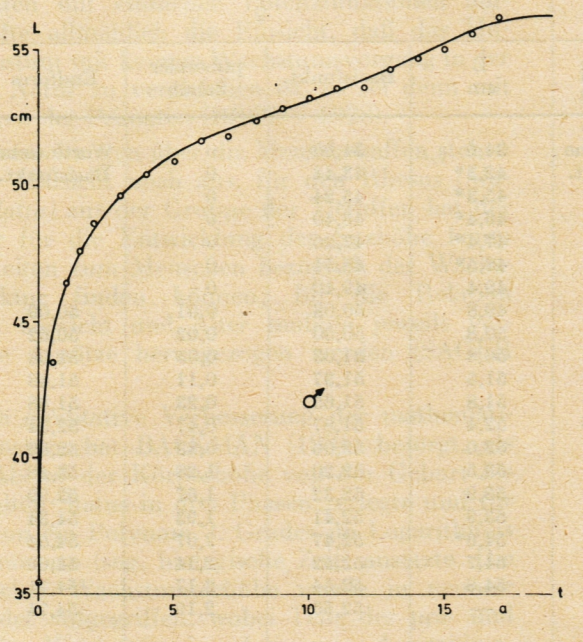

ABB. 1 *Wachstum des Kopfumfangs (cm) mit dem Alter (a) für ČSSR-Kinder ♂.*

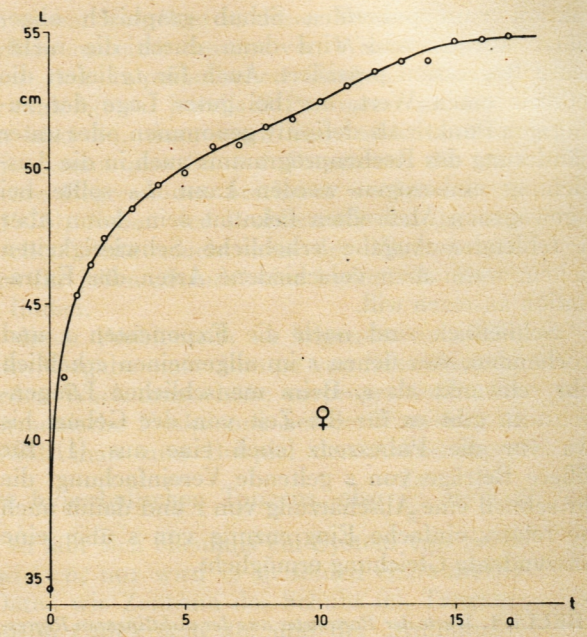

ABB. 2 *Wachstum des Kopfumfangs (cm) mit dem Alter (a) für ČSSR-Kinder ♀.*

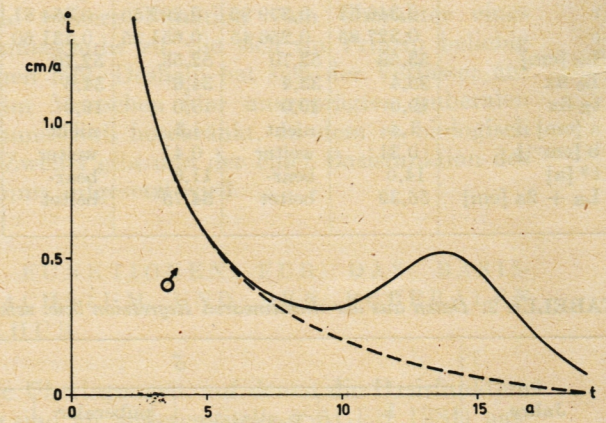

ABB. 3 *Zuwachs des Kopfumfangs (cm/a) mit dem Alter (a) für ČSSR-Kinder ♂.*

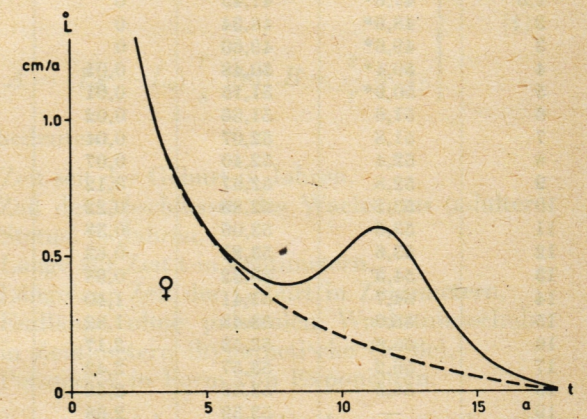

ABB. 4 *Zuwachs des Kopfumfangs (cm/a) mit dem Alter (a) für ČSSR-Kinder ♀.*

funktion (3) gestrichelt eingetragen, wobei man prägnant den Einfluß der zeitlichen Ableitung des Wachstumsschubs, den sog. Schubzuwachs, erkennt.

4. KRITISCHE BEMERKUNGEN ZUR METHODE

Zu den mannigfaltigen Aspekten des Verfahrens der nichtlinearen Regression bei der Anwendung auf das menschliche Wachstum seien abschließend noch einige Bemerkungen gemacht. Von den beiden Ergebnissen für die ♂ und ♀ in *Tab. 1* wird dasjenige weiterbearbeitet, das möglichst die geringste Fehlersumme und den günstigsten hypothetischen Endwert L_E hat. Damit ist die im Prinzip mehrdeutige Lösung eingeengt. Das braucht nicht zu stören, denn eine Mehrdeutigkeit liegt auch schon in der Wahl des Intervalls für die Ausgangswerte bis zur Pubeszenz, die im Prinzip so getroffen werden sollte, daß man das Ende der mit zunehmendem Alter abnehmenden konsekutiven Wertedifferenzen ansetzt, bevor durch den puberalen Schub ein Wiederanstieg beginnt. Bei stärker streuenden Ausgangswerten ist die Angabe dieser Nahtstelle jedoch kaum möglich.

Da in den Funktionen (1) und (3) wie auch beim Höhenwachstum $0 < r < 1$ zutrifft, versagt (3) für $t = 0$, weil dort die Tangente theoretisch vertikal verläuft, was in Wirklichkeit nicht der Fall ist. Auf (1) hat das nur in der unmittelbaren postnatalen Phase der ersten Monate einen Einfluß, weil $L = L_0$ für $t = 0$ durch die Struktur von (1) gewährleistet ist. Entsprechend bleibt das erste Jahr für den Zuwachs (3) unsicher, der zu groß ausfällt. Danach zeigt sich der Vorteil der mathematischen Fassung von (3) plus (4), die man sonst über die Ausgangsdaten aus den Differenzenquotienten benachbarter Werte nur sehr diskontinuierlich gewinnen könnte.

Durch abermalige zeitliche Differentiation von (3) und (4) bekommt man die entsprechenden Wachstumsbeschleunigungen, mit denen man aber nur arbeiten sollte, wenn eine wenig streuende und möglichst noch mit halbjährlichen Daten ausgewiesene Meßserie vorliegt, weil die Beschleunigung auf Unzulänglichkeiten noch sensibler reagiert als die Wachstumsgeschwindigkeit, so daß man unter Umständen aus dem Verlauf Fehlschlüsse zieht.

Als Quintessenz möchte der Verfasser der Hoffnung Ausdruck geben, daß die dargelegten Ausführungen Impulse zu weiteren intensiven Wachstumsuntersuchungen auslösen möchten, weil nunmehr eine adäquate Methode zum Ausgleich der Meßreihen und ihrer Charakterisierung durch Parameter zur Verfügung steht. Dabei sei die Empfehlung gegeben, möglichst kontinuierliche Beobachtungsserien von der Geburt bis zur Adoleszenz anzustreben, wobei besonderer Wert auf enge zeitliche Abstände in den ersten drei Jahren und während der Phase der Pubertät zu legen ist, wo die stärksten Zuwachsbeträge auftreten. Fehlende Daten außerhalb dieser Intervalle sind im allgemeinen durch die Methode zu kompensieren, wenn sie nicht gehäuft auftreten. Auf eine Angabe der Geburtswerte kann nicht verzichtet werden.

LITERATUR

BACKMAN G., 1934: Das Wachstum der Körperlänge des Menschen. *Kungl. Vetensk. Handlingar* 14: 11—23, 37—45.

BRODY S., 1928: A comparison of growth curves of man and other animals. *Science* LXVII: 43—46.

DOKLÁDAL M., 1959: Growth of the main head dimensions from birth up to twenty years of age in Czechs. *Hum. Biol.* 31: 90—109.

KOMENDA S., KLEMENTA J., 1978: *Proportion of Body Dimensions in Children and Youth.* Státní pedagogické nakladatelství, Praha: 231—246.

PAUL W., 1975: Ein direktes numerisches Verfahren zur Bestimmung der Parameter nichtlinearer Ausgleichsfunktionen. *Biom. Zschr.* 17: 487—500.

PEIL J., 1975: Ein ALGOL-Programm zur nichtlinearen Regression. Programminformation über ein biometrisches Verfahren. *Depot-Information* 505/75 der MLU Halle—Wittenberg.

PEIL J., 1979: Inverse problems in growth dynamics. In: Anger, Inverse and improperly posed problems in differential equations. *Reihe Math. Forschung,* Bd. 1, Akad.-Verlag; Berlin: 197—213.

PEIL J., HELWIN H., 1977: Quantitativ-analytische Erfassung der Körperlängenwachstums des Menschen. *Gegenbaurs morph. Jahrb.* 123: 236—259.

SAGER G., 1981: Zur mathematischen Formulierung des menschlichen Längenwachstums. *Anat. Anz.* 150: 428—442.

SAGER G., 1982a: Mathematische Interpretation der Wachstumstafeln von DDR-Kindern nach Marcusson und Oehmisch (1961). *Medizin und Sport* (Manuskript eingereicht).

SAGER G., 1982b: Mathematische Interpretation des Somatogramms von Hellbrügge und Vogt (1961). *Anat. Anz.* 152: 263—274.

SAGER G., 1982c: Mathematical formulations for the height/weight tables of U. K. children after Tanner, Whitehouse and Takaishi (1965). *Biom. Journ.* (zum Druck angenommen).

SAGER G., 1982d: Wachstumsrelationen bei Japanern *Anat. Anz.* (Manuskript angenommen).

SAGER G., 1982e: Mathematische Formulierung des Wachstums von ČSSR-Kindern nach Daten von Komenda und Klementa (1978). *Anthropologie* (Manuskript angenommen).

SAGER G., 1982f: Mathematische Interpretation des Radius-Wachstums beim Menschen nach Daten von Gindhart (1976). *Anat. Anz.* (Manuskript angenommen).

SAGER G., 1982g: Formeldarstellung des Wachstums der menschlichen Tibia nach Daten von Gindhart (1976). *Anat. Anz.* (Manuskript angenommen).

SAGER G., 1982h: Mathematische Approximation des Längenwachstums des menschlichen Fußes nach Daten von Anderson, Blais und Green (1956). *Zool. Jahrbücher, Anat.* 107: 465—476.

SAGER G., 1982i: Wachstumsrelationen von Rhesus-Affen *(Macaca mulatta)* nach Daten von v. Wagenen und Catchpole (1956). *Anat. Anz.* (zum Druck angenommen).

TANNER J. M., 1960: *Human Growth.* Pergamon Press, Oxford, London, New York, Paris: 1—19.

Dr. rer. nat. habil. Günther Sager
Warnemünde, Grüner Weg 9.
DDR — 2530 Rostock